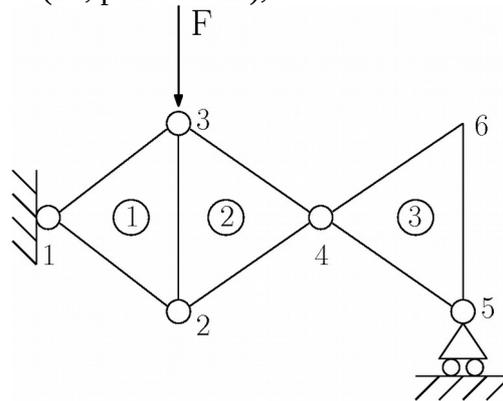


Assemblaggio e vincolamento di semplice struttura FEM

Considerata la struttura in figura (2d, plane strain),



composta dai seguenti elementi triangolari 3 nodi

	elemento 1 (tria3)	elemento 2 (tria3)	elemento 3 (tria3)
connettività	nodi 1,2,3		Nodi 2,4,3
matrice di rigidezza elemento	$\begin{bmatrix} a_{11} & \cdots & a_{16} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{61} & \cdots & a_{66} \end{bmatrix}$		$\begin{bmatrix} b_{11} & \cdots & b_{16} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ b_{61} & \cdots & b_{66} \end{bmatrix}$
			$\begin{bmatrix} c_{11} & \cdots & c_{16} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ c_{61} & \cdots & c_{66} \end{bmatrix}$

si ottiene mediante assemblaggio la seguente matrice di rigidezza, e il seguente vettore dei termini noti.

Matrice di rigidezza K, pre-vincolamento												b	
	δ_1	δ_2	δ_3	δ_4	δ_5	δ_6	δ_7	δ_8	δ_9	δ_{10}	δ_{11}	δ_{12}	
F ₁	a ₁₁	a ₁₂	a ₁₃	a ₁₄	a ₁₅	a ₁₆	0	0	0	0	0	0	0
F ₂	a ₂₁	a ₂₂	a ₂₃	a ₂₄	a ₂₅	a ₂₆	0	0	0	0	0	0	0
F ₃	a ₃₁	a ₃₂	a ₃₃ +b ₁₁	a ₃₄ +b ₁₂	a ₃₅ +b ₁₅	a ₃₆ +b ₁₆	b ₁₄	b ₁₄	0	0	0	0	0
F ₄	a ₄₁	a ₄₂	a ₄₃ +b ₂₁	a ₄₄ +b ₂₂	a ₄₅ +b ₂₅	a ₄₆ +b ₂₆	b ₂₃	b ₂₄	0	0	0	0	0
F ₅	a ₅₁	a ₅₂	a ₅₃ +b ₅₁	a ₅₄ +b ₅₂	a ₅₅ +b ₅₅	a ₅₆ +b ₅₆	b ₅₃	b ₅₄	0	0	0	0	0
F ₆	a ₆₁	a ₆₂	a ₆₃ +b ₆₁	a ₆₄ +b ₆₂	a ₆₅ +b ₆₅	a ₆₆ +b ₆₆	b ₆₃	b ₆₄	0	0	0	0	-F
F ₇	0	0	b ₃₁	b ₃₂	b ₃₅	b ₃₆	b ₃₃ +c ₁₁	b ₃₄ +c ₁₂	c ₁₃	c ₁₄	c ₁₅	c ₁₆	0
F ₈	0	0	b ₄₁	b ₄₂	b ₄₅	b ₄₆	b ₄₃ +c ₂₁	b ₄₄ +c ₂₂	c ₂₃	c ₂₄	c ₂₅	c ₂₆	0
F ₉	0	0	0	0	0	0	c ₃₁	c ₃₂	c ₃₃	c ₃₄	c ₃₅	c ₃₆	0
F ₁₀	0	0	0	0	0	0	c ₄₁	c ₄₂	c ₄₃	c ₄₄	c ₄₅	c ₄₆	0
F ₁₁	0	0	0	0	0	0	c ₅₁	c ₅₂	c ₅₃	c ₅₄	c ₅₅	c ₅₆	0
F ₁₂	0	0	0	0	0	0	c ₆₁	c ₆₂	c ₆₃	c ₆₄	c ₆₅	c ₆₆	0

Notare la rimappatura non monotona degli indici locali dei termini dell'elemento 2 in indici globali.

Applicando quindi i seguenti vincoli di spostamento imposto, supposti in generale non omogenei,

$$\mathbf{u1} = \mathbf{p}$$

$$\mathbf{v1} = \mathbf{q}$$

$$\mathbf{v5} = \mathbf{r}$$

la matrice di rigidezza e il termine noto risultano modificati come da tabella seguente (a fondo grigio i termini modificati nel vincolamento).

Matrice di rigidezza K, post vincolamento												b	
	δ_1	δ_2	δ_3	δ_4	δ_5	δ_6	δ_7	δ_8	δ_9	δ_{10}	δ_{11}	δ_{12}	
F ₁	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	p
F ₂	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	q
F ₃	0	0	$a_{33}+b_{11}$	$a_{34}+b_{12}$	$a_{35}+b_{15}$	$a_{36}+b_{16}$	b_{14}	b_{14}	0	0	0	0	$-a_{31}p-a_{32}q$
F ₄	0	0	$a_{43}+b_{21}$	$a_{44}+b_{22}$	$a_{45}+b_{25}$	$a_{46}+b_{26}$	b_{23}	b_{24}	0	0	0	0	$-a_{41}p-a_{42}q$
F ₅	0	0	$a_{53}+b_{51}$	$a_{54}+b_{52}$	$a_{55}+b_{55}$	$a_{56}+b_{56}$	b_{53}	b_{54}	0	0	0	0	$-a_{51}p-a_{52}q$
F ₆	0	0	$a_{63}+b_{61}$	$a_{64}+b_{62}$	$a_{65}+b_{65}$	$a_{66}+b_{66}$	b_{63}	b_{64}	0	0	0	0	$-F-a_{61}p-a_{62}q$
F ₇	0	0	b_{31}	b_{32}	b_{35}	b_{36}	$b_{33}+c_{11}$	$b_{34}+c_{12}$	c_{13}	0	c_{15}	c_{16}	$-c_{14}r$
F ₈	0	0	b_{41}	b_{42}	b_{45}	b_{46}	$b_{43}+c_{21}$	$b_{44}+c_{22}$	c_{23}	0	c_{25}	c_{26}	$-c_{24}r$
F ₉	0	0	0	0	0	0	c_{31}	c_{32}	c_{33}	0	c_{35}	c_{36}	$-c_{34}r$
F ₁₀	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	r
F ₁₁	0	0	0	0	0	0	c_{51}	c_{52}	c_{53}	0	c_{55}	c_{56}	$-c_{54}r$
F ₁₂	0	0	0	0	0	0	c_{61}	c_{62}	c_{63}	0	c_{65}	c_{66}	$-c_{64}r$

Si ricorda che, poiché gli elementi tria3 non reagiscono elasticamente alla rotazione di un nodo (grado di libertà che non è considerato nella formulazione), la struttura risulta equivalente ad una trave supportata a cerniera-carrello, con cerniera interna in corrispondenza del nodo 4 che separa la trave in due tronconi a rotazione indipendente al nodo 4.

Tale struttura risulta labile.

Successivamente all'assemblaggio, il termine noto risulta dimensionalmente misto (N o N/[mm_spessore] sull'equilibrio di nodi non vincolati, o mm sulle equazioni cinematiche dei nodi vincolati), così come la matrice di rigidezza (1 è adimensionale, mentre i termini $[a,b,c]_{ij}$ sono N/mm o N/(mm*[mm_spessore])).